

Desligue o telemóvel
Identifique todas as folhas com o número e nome
Entregue cada problema em folhas separadas
Justifique adequadamente todas as respostas
Duração: 3h00m

Problema 1 (9,5)

Considere o modelo estrutural de um edifício de betão armado representado na figura. As vigas, que se encontram articuladas na ligação aos pilares, são rígidas à flexão e todos os elementos são axialmente rígidos. Chama-se à atenção de que os pilares apresentam dois tipos de secção diferente, conforme identificado na figura. A massa encontra-se distribuída ao longo do comprimento das vigas.

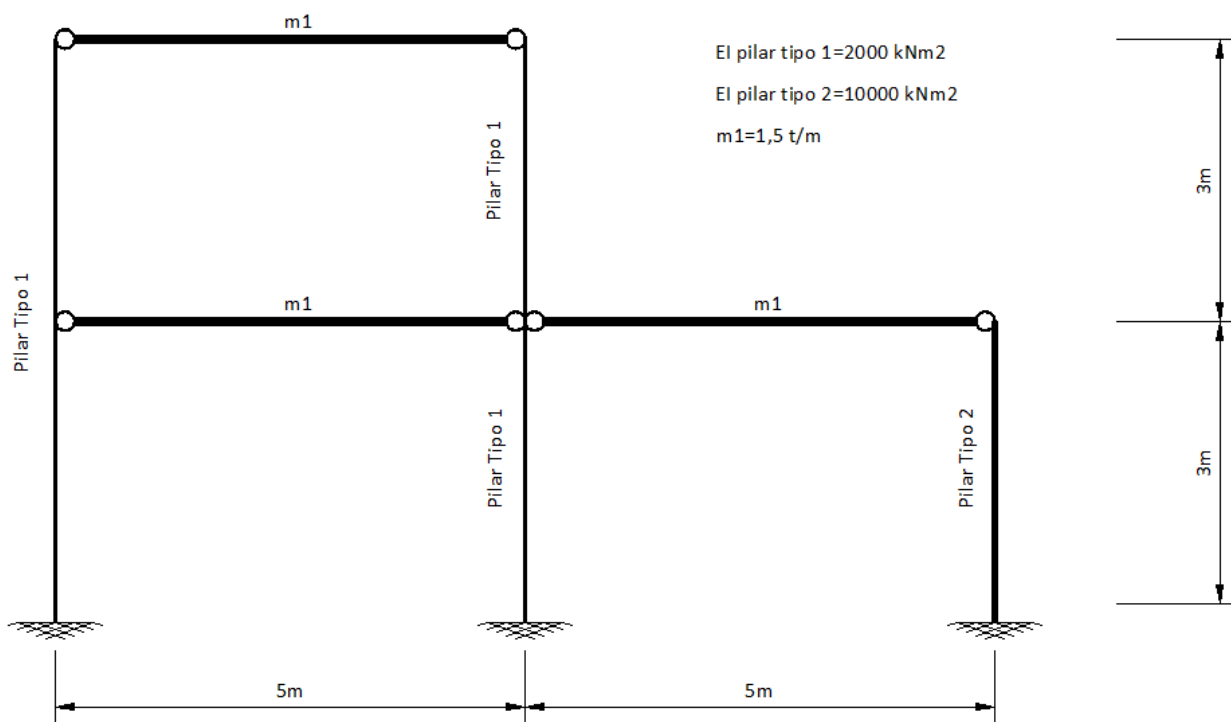


Figura 1: Modelo estrutural de edifício

- Calcule as matrizes de massa e rigidez considerando os graus de liberdade adequados. (2,0)
- Calcule as estimativas para a frequência e modo fundamental de vibração recorrendo ao método de Rayleigh simplificado. (1,5)
- Recorrendo às condições de ortogonalidade relativamente à matriz de massa, demonstre, justificando, qual das seguintes 3 configurações corresponde ao 2º modo de vibração. Determine a respetiva frequência. (1,5)

$$A: v_2 = \begin{Bmatrix} -1,931 \\ 1,000 \end{Bmatrix} \quad B: v_2 = \begin{Bmatrix} -0,518 \\ 1,000 \end{Bmatrix} \quad C: v_2 = \begin{Bmatrix} 0,518 \\ 1,000 \end{Bmatrix}$$

Nota: considere que a solução (aproximada) da alínea b) corresponde à solução exata para o modo fundamental de vibração.

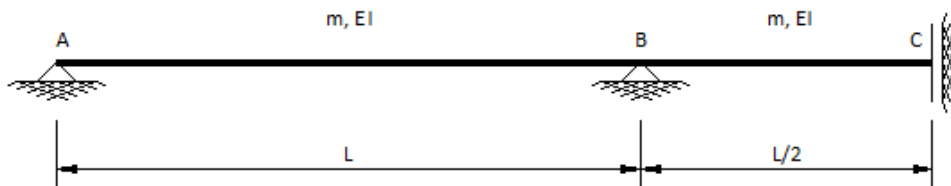
Admita doravante que a estrutura é de Classe de Importância III, se situa em Lisboa em solo do tipo C e é atuada por um sismo do tipo 1 (zona 1.3). Considere um coeficiente de comportamento (q) de 2,5. Caso tenha dúvidas sobre os resultados das alíneas anteriores considere:

$$K = \begin{bmatrix} 3150 & -635 \\ -635 & 254 \end{bmatrix} \text{ (kN/m)} \quad \phi = \begin{bmatrix} 0,0761 & -0,2467 \\ 0,3489 & 0,1076 \end{bmatrix} \quad p_1=3,925 \text{ rad/s}; p_2=15,100 \text{ rad/s}$$

- Calcule a força de corte na base obtida por uma análise dinâmica. Compare o valor obtido com aquele que resulta da aplicação do método de análise por forças laterais. Comente as diferenças. (3,0)
- Calcule o valor máximo do esforço transversal nos primeiros troços dos pilares (tipo 1 e tipo 2). Comente. (1,5)

Problema 2 (5,5)

Considere o modelo estrutural de uma viga contínua representado na figura.



- a) Considerando as seguintes duas possíveis funções de forma para o modo fundamental de vibração:

$$\varphi_1(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

$$\varphi_2(x) = d \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{L}\right)$$

a1) Discuta qual dessas funções de forma deverá conduzir a uma melhor aproximação da frequência fundamental (pelo método de Rayleigh). (1,5)

a2) Para a função escolhida, determine a expressão da frequência fundamental do modelo. (1,5)

- b) Considere doravante que junto (coincidente) com a seção C é instalado um motor rotativo de massa M (1 t), que, quando em funcionamento, introduz uma força vertical descrita por $Q(t) = 2 \cos(30t)$ [kN, s]. Despreze a massa distribuída (m) da viga, considere $\zeta = 0,05$, $M = 1t$, $EI = 1000 \text{ kNm}^2$, $L = 4m$ e consulte o formulário. (1,5)

b1) Determine o valor máximo do deslocamento vertical da seção C. (1,5)

b2) Admitindo que o motor pode ter a sua velocidade angular aumentada, discuta qual o seu efeito no deslocamento determinado em b1). (1,0)

Problema 3 (5,0)

- a) Comente, à luz do Eurocódigo 8 e de forma qualitativa, em que medida é que a adoção de valores elevados para o coeficiente de comportamento pode obrigar à consideração explícita dos efeitos de 2ª ordem (P- Δ). Complementarmente, demonstre porque é que em alguns documentos referentes ao dimensionamento sísmico de edifícios de 1 só piso (do tipo de armazéns industriais) se limita o coeficiente de comportamento (q) de acordo com a seguinte equação:

$$q < 0,3 \frac{KH}{G}$$

Sendo K , H e G , respetivamente, a rigidez horizontal global, a altura e o peso global (da cobertura) do edifício. Sugestão: explore as condições estipuladas no Eurocódigo 8 referentes ao coeficiente de sensibilidade ao deslocamento relativo entre pisos (θ). (2,0)

- b) Apresente a justificação para o facto de que no arquipélago dos Açores o Eurocódigo 8 apenas obriga à consideração do sismo tipo 2.

Ainda para esse arquipélago, determine qual o valor do coeficiente de importância γ a considerar para um edifício hospitalar ($T_R = 1303$ anos), admitindo que a probabilidade anual de excedência H de ocorrência de um sismo com um valor de pico de aceleração (em rocha, a_{gR}) é descrita pela seguinte equação (k_0 é uma constante, irrelevante para o presente objetivo): (1,0)

$$H(a_{gR}) = k_0 (a_{gR})^{-3,6}$$

- c) Tendo em conta a diferença de conteúdo espectral entre o sismo próximo e o sismo afastado e as frequências fundamentais dos edifícios altos e baixos, indique qual, ou quais, as combinações que conduzem a maiores danos. Indique ainda de que forma o tipo de solo de fundação pode afetar o nível de danos. (1,0)

- d) Indique as razões pelas quais em estruturas mistas, pórtico-parede, durante a atuação de um sismo, apenas se devem formar rótulas plásticas na base das paredes. Identifique outras localizações prováveis para a formação de rótulas plásticas numa parede. (1,0 val.)

Formulário:

$$|\mathbf{K} - \rho^2 \mathbf{M}| = 0 \quad \{\mathbf{K} - \rho_n^2 \mathbf{M}\} \mathbf{v}_n = 0 \quad \mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{M} \quad \mathbf{D} \mathbf{v}_n = \frac{1}{\rho_n^2} \mathbf{v}_n$$

$$\mathbf{v}_m^T \mathbf{M} \mathbf{v}_n = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ M_n & m = n \end{cases} \quad \mathbf{v}_m^T \mathbf{K} \mathbf{v}_n = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ M_n \rho_n^2 & m = n \end{cases} \quad \phi_n = \frac{\mathbf{v}_n}{\sqrt{\mathbf{v}_n^T \mathbf{M} \mathbf{v}_n}} \quad \phi_m^T \mathbf{M} \phi_n = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ 1 & m = n \end{cases} \quad \phi_m^T \mathbf{K} \phi_n = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ \rho_n^2 & m = n \end{cases}$$

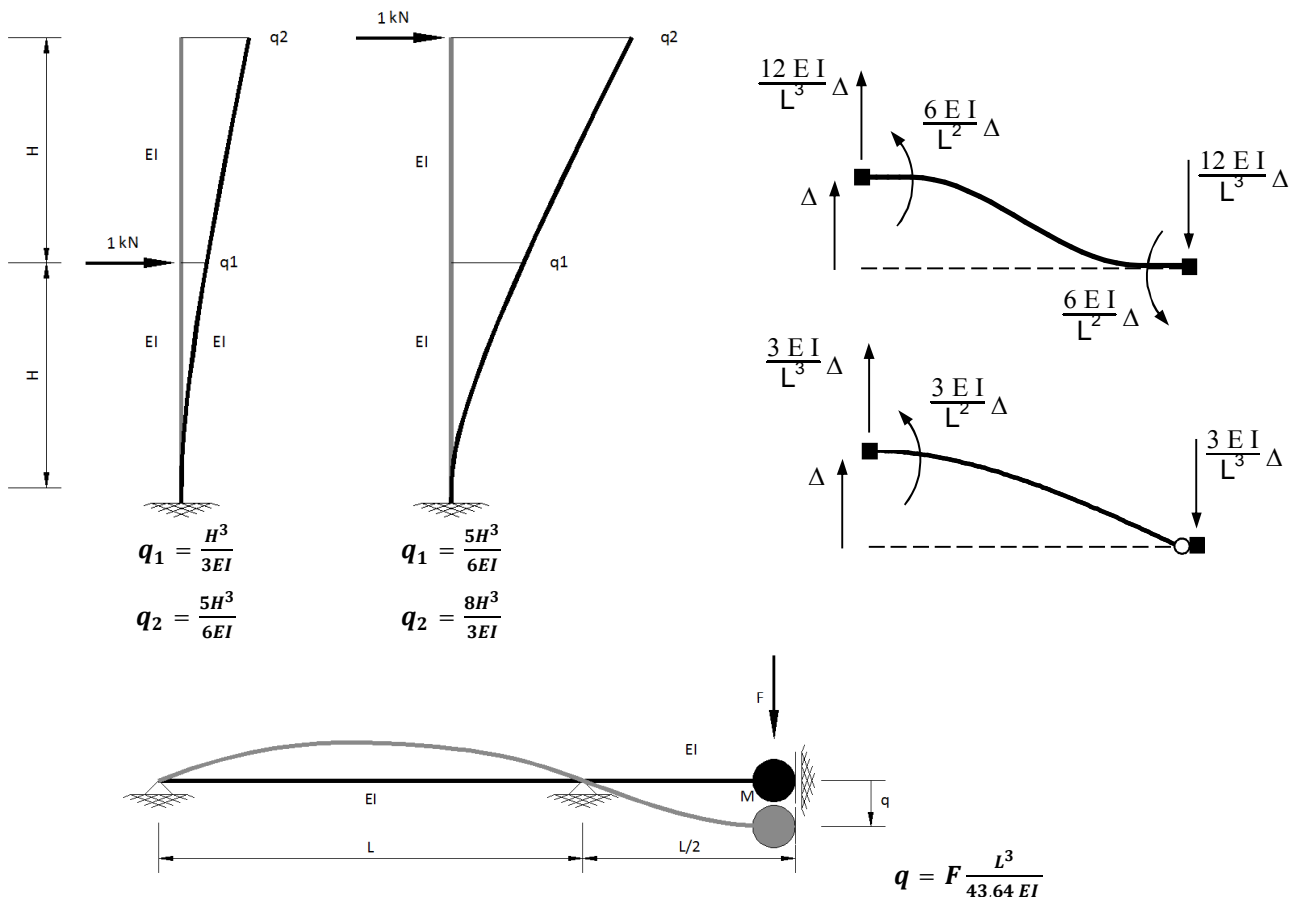
$$P_{nx} = \phi_n^T \mathbf{M} \mathbf{1}_x \quad \ddot{\mathbf{q}}_{nx}^{\max} = P_{nx} S_{dnx} \phi_n \quad \mathbf{q}_{nx}^{\max} = P_{nx} S_{dnx} \phi_n \quad S_{dn} = \frac{S_{an}}{4\pi^2 f_n^2}$$

$$\text{SRSS} \quad r_n^{\max} = \sqrt{\sum_n (r_n^{\max})^2} \quad \text{CQC} \quad r_n^{\max} = \sqrt{\sum_n \sum_m r_n^{\max} \mu_{mn} r_m^{\max}} \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{g \frac{\sum_i F_i d_i}{\sum_j F_j d_j^2}}$$

$$\rho^2 = g \frac{\int_0^L m(x) q_G(x) dx + \sum_i M_i q_G(x_i)}{\int_0^L m(x) [q_G(x)]^2 dx + \sum_j M_j [q_G(x_j)]^2} \quad \rho^2 = \frac{\int_0^L EI(x) [\psi''(x)]^2 dx + \sum_i K_{\Delta i} [\psi(x_i)]^2 + \sum_j K_{\theta j} [\psi'(x_j)]^2}{\int_0^L m(x) [\psi(x)]^2 dx + \sum_m M_m [\psi(x_m)]^2 + \sum_n I_{\theta n} [\psi'(x_n)]^2}$$

$$\beta_1 = \frac{1}{\sqrt{(1 - \bar{\omega}^2)^2 + (2\zeta \bar{\omega})^2}} \quad \beta_2 = \beta_1 \sqrt{1 + (2\zeta \bar{\omega})^2} \quad \beta_3 = \beta_1 \bar{\omega}^2 \quad \bar{\omega} = \frac{\omega}{p}$$

$$q(t) = e^{-\zeta p t} (q_0 \cos(p_d t)) + \frac{\dot{q}_0 + \zeta p q_0}{p_d} \text{sen}(p_d t) + \frac{e^{-\zeta p t}}{M p_d} \int_0^t e^{\zeta p \tau} Q(\tau) \text{sen}(p_d(t - \tau)) d\tau \quad H_n(a_{gR}) = 1 - \left(1 - \frac{1}{T_R}\right)^n$$



Quadro NA.I – Aceleração máxima de referência a_{gR} (m/s^2) nas várias zonas sísmicas

Acção sísmica Tipo 1		Acção sísmica Tipo 2	
Zona Sísmica	a_{gR} (m/s^2)	Zona Sísmica	a_{gR} (m/s^2)
1.1	2,5	2.1	2,5
1.2	2,0	2.2	2,0
1.3	1,5	2.3	1,7
1.4	1,0	2.4	1,1
1.5	0,6	2.5	0,8
1.6	0,35	–	–

f) NA-3.2.2.2(2)P

Em Portugal, para a definição dos espectros de resposta elásticos o valor do parâmetro S deve ser determinado através de:

$$\begin{aligned} \text{para } a_g \leq 1 \text{ m/s}^2 & \quad S = S_{\max} \\ \text{para } 1 \text{ m/s}^2 < a_g < 4 \text{ m/s}^2 & \quad S = S_{\max} - \frac{S_{\max} - 1}{3} (a_g - 1) \\ \text{para } a_g \geq 4 \text{ m/s}^2 & \quad S = 1,0 \end{aligned}$$

em que:

a_g valor de cálculo da aceleração à superfície de um terreno do tipo A, em m/s^2 ;

S_{\max} parâmetro cujo valor é indicado nos Quadros NA-3.2 e NA-3.3.

Em Portugal, para a definição dos espectros de resposta elásticos para a Acção sísmica Tipo 1 devem adoptar-se os valores do Quadro NA-3.2 em vez do Quadro 3.2.

Quadro NA-3.2 – Valores dos parâmetros definidores do espectro de resposta elástico para a Acção sísmica Tipo 1

Tipo de Terreno	S_{\max}	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
A	1,0	0,1	0,6	2,0
B	1,35	0,1	0,6	2,0
C	1,6	0,1	0,6	2,0
D	2,0	0,1	0,8	2,0
E	1,8	0,1	0,6	2,0

h) NA-4.2.5(5)P

Em Portugal, os coeficientes de importância a adoptar são os indicados no Quadro NA.II.

Quadro NA.II – Coeficientes de importância γ

Classe de Importância	Acção sísmica Tipo 1	Acção sísmica Tipo 2	
		Continente	Açores
I	0,65	0,75	0,85
II	1,00	1,00	1,00
III	1,45	1,25	1,15
IV	1,95	1,50	1,35

(4)P Para as componentes horizontais da acção sísmica, o espectro de cálculo, $S_d(T)$, é definido pelas seguintes expressões:

$$0 \leq T \leq T_B : S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \left[\frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \cdot \left(\frac{2,5}{q} - \frac{2}{3} \right) \right] \quad (3.13)$$

$$T_B \leq T \leq T_C : S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \quad (3.14)$$

$$T_C \leq T \leq T_D : S_d(T) \begin{cases} = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \cdot \left[\frac{T_C}{T} \right] \\ \geq \beta \cdot a_g \end{cases} \quad (3.15)$$

$$T_D \leq T : S_d(T) \begin{cases} = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \cdot \left[\frac{T_C T_D}{T^2} \right] \\ \geq \beta \cdot a_g \end{cases} \quad (3.16)$$

Excertos da NP EN 1998-1 (Anexo Nacional NA, 2009)

$$a_g = a_{gR} \gamma_I$$

$$\beta = 0,2$$

$$F_b = S_d(T_1) \cdot m \cdot \lambda$$

$$\theta = \frac{P_{\text{tot}} \cdot d_T}{V_{\text{tot}} \cdot h} \leq 0,10$$